

Numerische Berechnung des zeitlichen und räumlichen Temperaturverlaufs um bzw. in einem senkrechten DBHD Zylinder mit hoch radioaktiven Zerfallsprodukten.

Dr. Gerhard Herres, Physiker, 22.1.2025 bis 20.5.2025

Von einer senkrechten 800 m hohen SBR Schachtbohrung mit dem Radius $R_i = 9,7$ m ausgehend werden unter 45° Neigung nach unten radiale Bohrungen ausgeführt. In diese Bohrungen werden kleine zylindrische Endlager-Behälter-Gebinde von 17,1 cm Länge und 8,6 cm Durchmesser eingeschoben. Damit die Wärmebelastung nicht zu hoch wird, wird nach jedem Behälter das zuvor ausgebohrte Steinsalz wieder eingefüllt, so dass ein passender Abstand zum nächsten Behälter eingehalten wird. Dieses Steinsalz ist als kleinzerteilter Grus nicht so dicht wie das umgebende Steinsalz und kann die Wärmeausdehnung des Salzes bei der nachfolgenden Erwärmung teilweise kompensieren. Die äußerste Grenze der Bohrungen liegt bei $R_b = 252,2$ m.

Die Wärmeentwicklung pro Behälter beträgt zwar nur 4,31 W, aber es werden insgesamt 4,75 Millionen Behälter eingelagert, so dass insgesamt zu Beginn ein Wärmestrom von $\dot{Q}_0 = 20,473$ MW frei wird.

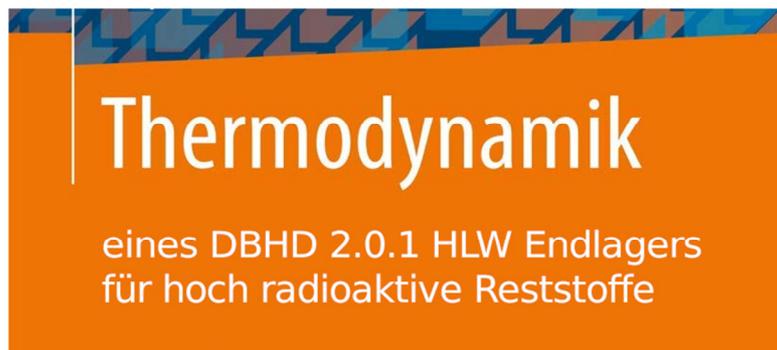


Bild-Quelle : Kunst-Werk vom Publizist der Thermodynamischen Berechnung - Goebel

Die Zerfallsrate des radioaktiven Materials liegt bei $b = 4,588 \cdot 10^{-10}$ 1/s.

Daraus ergibt sich über eine unendlich lange Zeitspanne eine freigesetzte Wärmemenge von

$$Q_{ges} = \int_0^{\infty} \dot{Q}_0 \cdot \exp(-b \cdot t) dt = 4,462 \cdot 10^{16} J = 44,62 PJ$$

Wenn das Salz diese Wärme nicht ableiten würde, dann würde die Temperatur in dem mit Bohrungen versehenen Volumen $V = H \cdot \pi \cdot R_b^2 = 800 \text{ m} \cdot \pi \cdot 252,2^2 \text{ m}^2 = 159.856.398 \text{ m}^3$ stark ansteigen. Die innere Energie des Salzes würde um $\Delta U = m \cdot c_p \cdot \Delta T = Q_{ges}$ zunehmen.

Daraus folgt eine Temperaturerhöhung von $\Delta T = Q_{ges} / (V \cdot \rho \cdot c_p) =$

$$4,462 \cdot 10^{16} J / (159.856.398 \text{ m}^3 \cdot 2.200 \text{ kg/m}^3 \cdot 1.200 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}) = 105,7 \text{ K.}$$

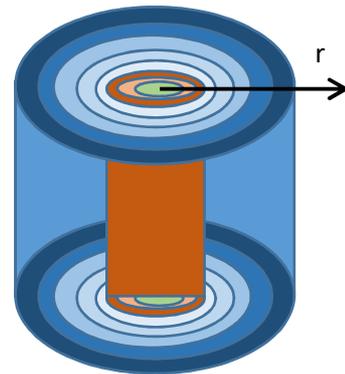
Würde man alle 4,75 Millionen Behälter in der zentralen Bohrung mit dem wesentlich kleineren Volumen $V_B = H \cdot \pi \cdot R_i^2 = 800 \text{ m} \cdot \pi \cdot 9,7^2 \text{ m}^2 = 236.474 \text{ m}^3$ ablegen, dann stiege die Temperatur um $\Delta T_{max} = +71.517$ K. Schon nach wenigen Wochen wären alle Behälter und das umgebende Salz geschmolzen. In der Salzschmelze würden die Endlager-Behälter-

Gebinde unkontrolliert absinken und sich eventuell zusammenballen. Die dort freigesetzte Wärme würde eine Salzschnmelze-Plume bilden, die wie eine Magmakammer das darüber liegende Gestein teilweise aufschmelzen würde.

Die Wärme kann nicht wie bei oberirdischer Lagerung von der Luft abtransportiert werden und muss deshalb durch Wärmeleitung vom umgebenden Salz aufgenommen werden.

Eine analytische Lösung der Wärmeleitungsgleichung ist sehr schwierig und wird deshalb hier durch eine numerische Näherungslösung ersetzt. Eine Berechnung mit Excel (208 MB) befindet sich im Anhang.

Die numerische Lösung der Differentialgleichung folgt der Vorgehensweise im Lehrbuch Baehr/Stephan, Wärme- und Stoffübertragung, Kap. 2.4.4.2. Dazu wird das Volumen in Zylinderschalen gleicher Dicke geteilt und nur mit radialer Wärmeleitung gerechnet. Das ist gerechtfertigt, da die gesamte Länge des Zylinders mit 800 m deutlich länger ist als der Radius mit $R_b = 252,2$ m. Eine genauere Rechnung würde eine 3-dimensionale Betrachtung erfordern, die auch die Wärmeleitung in axialer Richtung, also nach oben, berücksichtigt.



Die Ortskoordinate wird mit dem unteren Index i , die Zeitkoordinate mit dem oberen Index k bezeichnet. Aus den Temperaturwerten ϑ_i^k zum Zeitpunkt k kann man die Temperatur zum nachfolgenden Zeitpunkt $k+1$ berechnen.

$$\vartheta_i^{k+1} = M_i \cdot g_i^+ \cdot \vartheta_{i+1}^k + (1 + M_i \cdot (g_i^+ + g_i^-)) \cdot \vartheta_i^k + M_i \cdot g_i^- \cdot \vartheta_{i-1}^k + M_i \cdot \frac{\Delta r_i^2}{\lambda} \cdot \dot{W}_i^k$$

$$g_i^+ = \frac{2 + \Delta r_i / r_i}{1 + \Delta r_{i+1} / \Delta r_i} \quad g_i^- = \frac{2 - \Delta r_i / r_i}{1 + \Delta r_{i-1} / \Delta r_i}$$

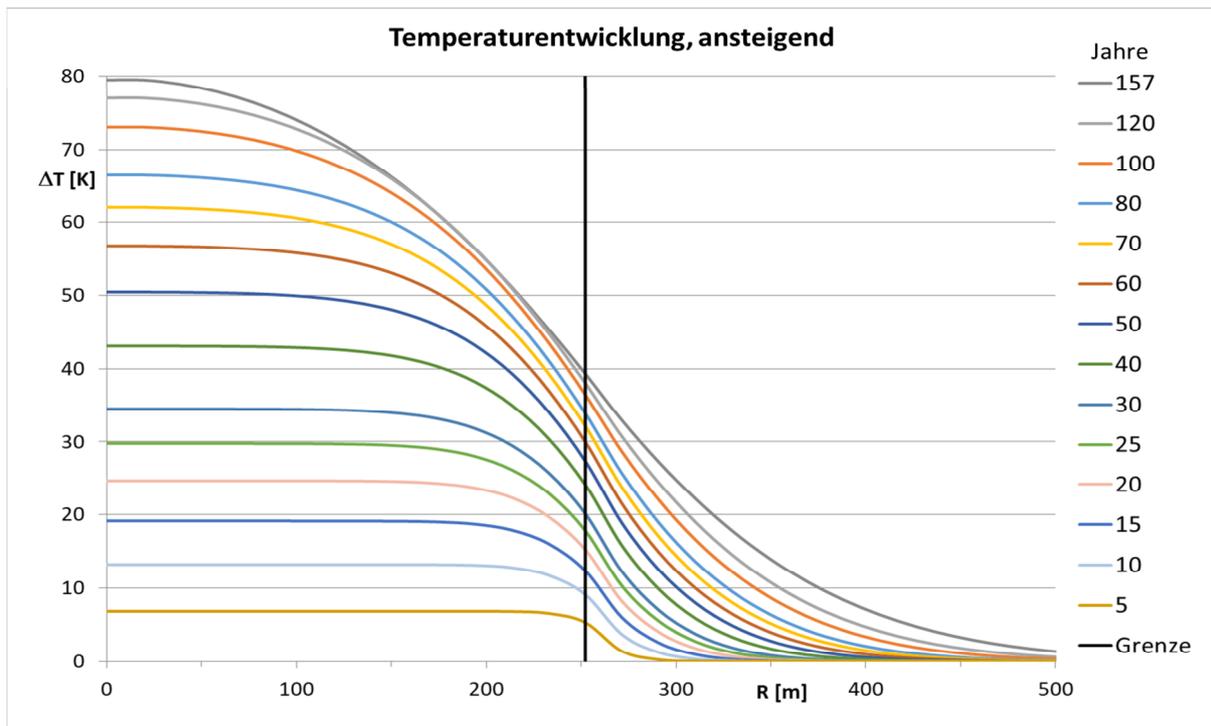
Diese Form der Gleichung ist geeignet für Rechnungen mit variablem Abstand der Stützstellen, wie es bei Wärmeleitung in Zylinderkoordinaten günstig ist. In der Zone, die durch den radioaktiven Zerfall beheizt wird, muss der letzte Term addiert werden, der die Quellstärke \dot{W}_i^k [W/m³] berücksichtigt. Außerhalb dieser Zone muss er entfallen.

Dabei steht Δr_i für den räumlichen Abstand der Gitterpunkte der Rechnung, $a = \lambda / (\rho \cdot c_p)$ ist die Temperaturleitfähigkeit, λ ist die Wärmeleitfähigkeit, ρ die Dichte und c_p spezifische Wärmekapazität des Salzes. M ist der Modul

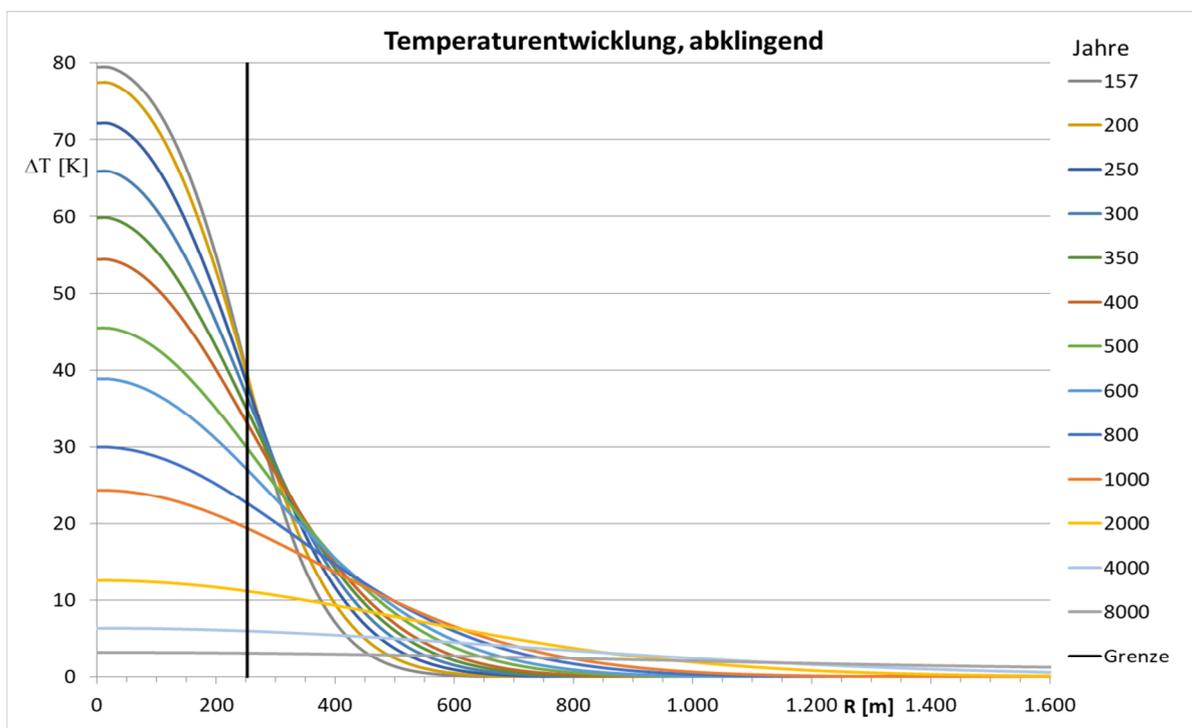
$$M_i = a \Delta t / \Delta r_i^2 \leq \frac{1}{2}$$

Der Modul M_i beschreibt, wie sich die Energie räumlich und zeitlich ausbreitet. Dieser Wert muss aus Stabilitätsgründen kleiner $\frac{1}{2}$ gewählt werden. Mit $\Delta r = 8,43$ m, $a = 2,045 \cdot 10^{-6}$ m²/s und $\Delta t = 15778800$ s = 1/2 Jahr wird $M = 0,45416$. Im Außenbereich kann die Schrittweite geometrisch anwachsen, um mit wenigen Schritten einen großen Radius zu erfassen. Wenn bei der Berechnung der von der Wärmeleitung noch ungestörte Bereich nicht erreicht wird, geht die Energiebilanz nicht auf.

Die beiden folgenden Bilder geben die Temperaturentwicklung in Abhängigkeit vom Radius und der Zeit an. Die Legende rechts gibt die Zeit in Jahren, die horizontale Achse den Radius in m, die senkrechte Achse die Temperaturerhöhung in K. Links vom senkrechten Strich ist die beheizte Zone. Die Wärmeentwicklung ist über den Radius konstant, so dass die Temperatur in der gesamten Einlagerungszone gleichmäßig ansteigt..

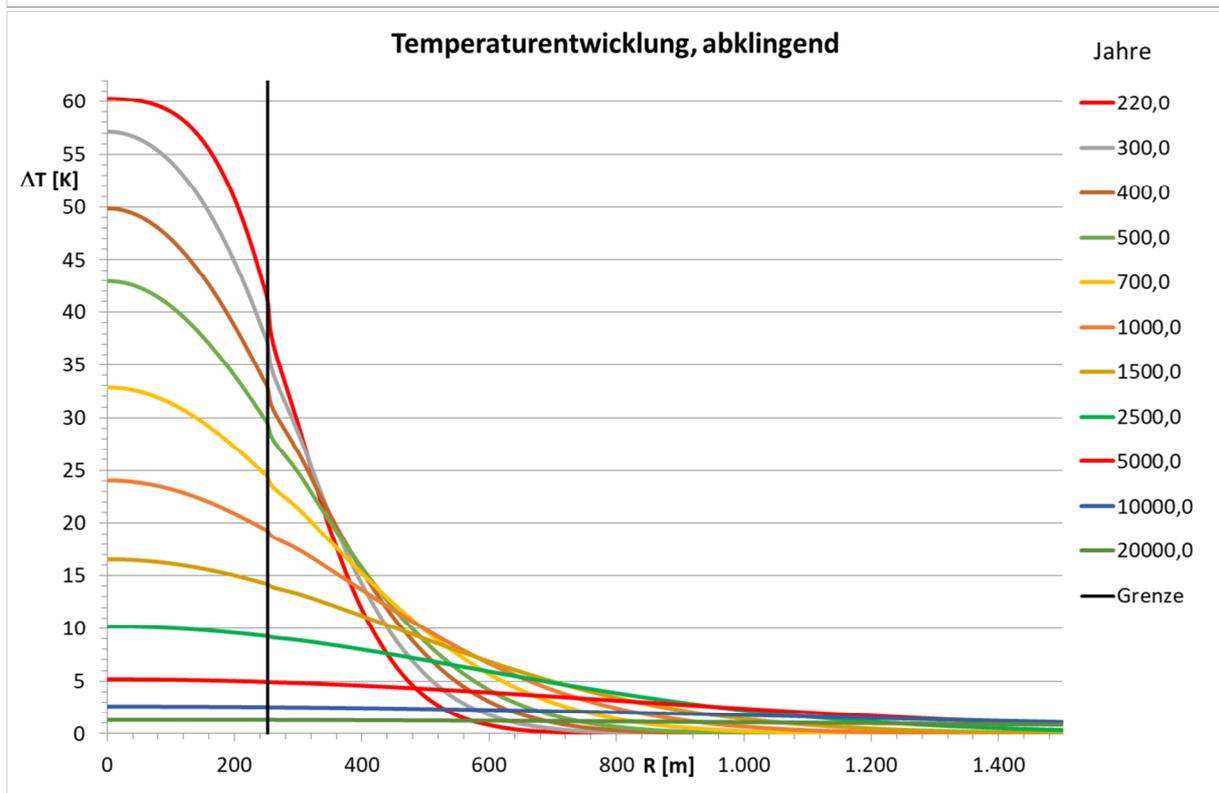
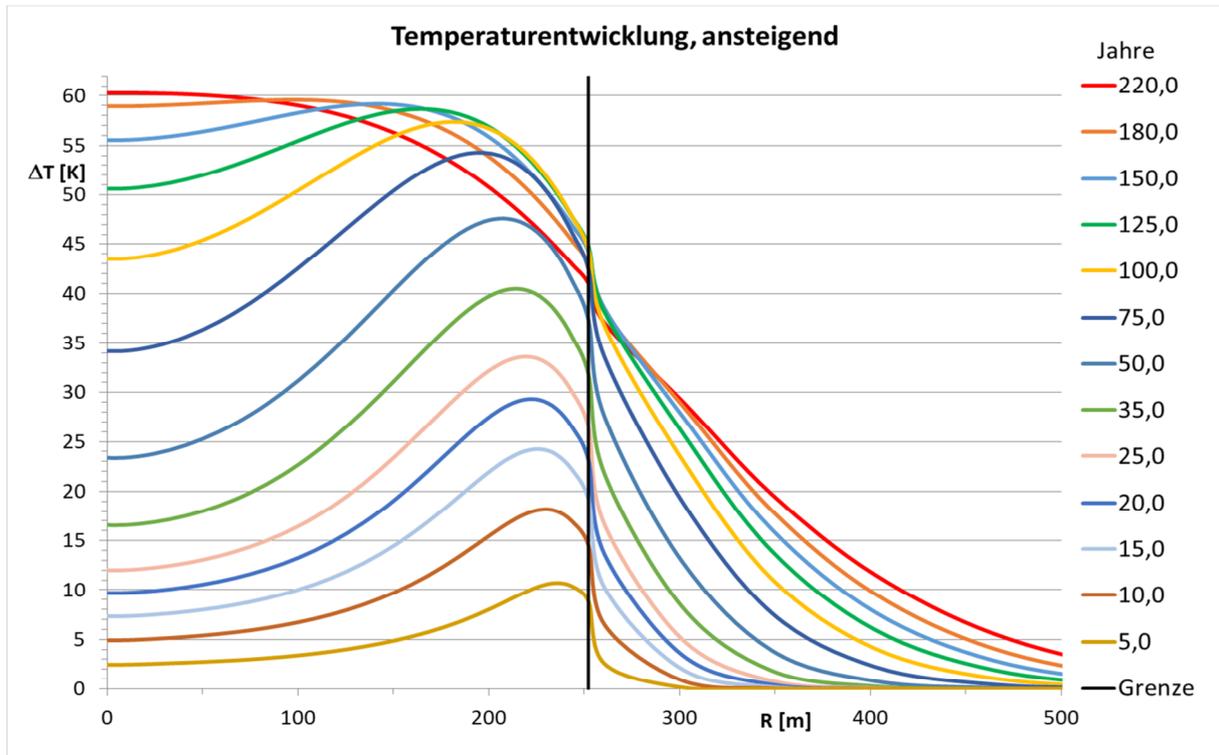


Die Temperatur steigt im Zentrum zuerst schnell an, bis sie nach etwa 155 Jahren ein Maximum von $\Delta T = 85,026$ K über der Anfangstemperatur erreicht (1. Berechnung). Am Rand der beheizten Zone krümmen sich alle Linien parabelförmig nach unten, was durch die Wärmeleitung nach außen verursacht wird. Im stationären Fall würde der Temperaturverlauf durch eine nach unten geöffnete Parabel dargestellt. Im Außenbereich ähneln die Linien ebenfalls Parabeln, die nach oben geöffnet sind.



Die fast homogene Wärmeentwicklung hat allerdings zur Folge, dass im Zentrum die Temperatur stärker ansteigt als am Rand der beheizten Zone ($R < 252,2$ m). Die Wärme muss einen weiten Weg zurücklegen, um in den Außenbereich zu gelangen. Eine verbesserte Anordnung legt die Behälter außen enger und innen weiter auseinander, so dass die

Wärmestromdichte mit dem Radius parabelförmig ansteigt, siehe Seite 8. Als Folge wird es außen zuerst wärmer als im Zentrum und ein Teil der Wärme wird zur Mitte, der größere Anteil aber weiter nach außen geleitet, wobei für diese Anordnung der Weg nach außen kürzer ist. Insgesamt bleibt dabei die Temperatur im Mittel kleiner, was auch eine geringere Volumenvergrößerung bewirkt.



In dieser Berechnung steigt die Temperatur in 220 Jahren um $\Delta T = 60,3$ K. Diese im Zentrum geringere Wärmestromdichte bewirkt, dass dort die gemittelte Temperatur den maximalen Temperaturwert $T_{\max} = +30 \text{ K/km} \cdot 2,2 \text{ km} + 60 \text{ K} = 126 \text{ }^\circ\text{C}$ nicht überschreitet.

Damit sich die Linien nicht zu sehr überlagern, ist für die Zeit ab 220 Jahren ein zweites Diagramm zu sehen. Zu bedenken ist hier, dass sich nach sehr langer Zeit die Wärme über ein wesentlich größeres Volumen verteilt. Bei $R = 1500 \text{ m}$ ist das Volumen nicht 6 mal, sondern 36 mal so groß wie die beheizte Zone. Nach 8000 Jahren ist das Zentrum nur noch $3,22 \text{ K}$, nach 20.000 Jahren nur noch $1,29 \text{ K}$ wärmer als vor der Einlagerung der Behälter.

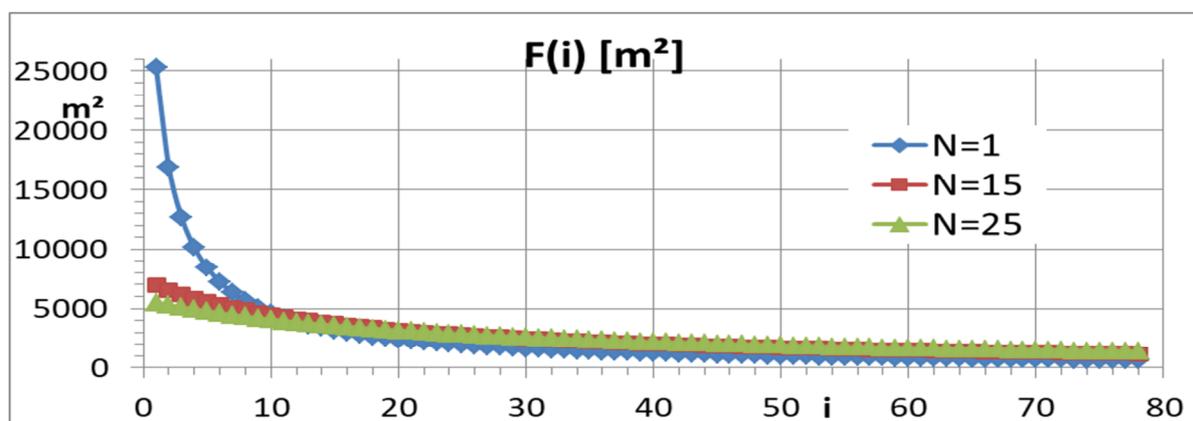
Wenn in anderen Staaten eine höhere Temperatur akzeptiert werden soll, ist es möglich, die Behälter enger zu lagern, indem die Bohrungen nicht so tief ausgeführt werden und damit die mittlere Wärmeproduktion pro m^3 höher ausfällt.

Insgesamt sollen 4,75 Mill. Endlager-Behälter-Gebinde eingelagert werden. Die derzeitige Planung sieht vor diese Behälter in 1015 konischen Flächen mit jeweils 60 radialen, unter 45° nach unten geneigten, Bohrungen zu platzieren. Wenn in jede Bohrung 78 Behälter eingeschoben werden, sind das zusammen $1015 \cdot 60 \cdot 78 = 4.750.200$ Positionen. Die 200 überzähligen Positionen kann man in der obersten Serie von 60 Bohrungen durch Weglassen von jeweils 3 bis 4 Behältern einsparen. Um nun die Wärme nicht gleichmäßig über die gesamte Fläche zu verteilen, sondern bevorzugt weiter außen, teilt man die Fläche in 78 Ringe verschiedener Breite ein. Die Wärme von 60 Behältern ist zu Beginn $\dot{Q} = 60 \cdot 4,31 \text{ W} = 258,6 \text{ W}$. Gibt man vor, dass die Flächenbelastung im äußersten Ring $\dot{Q}/F_{78} = (N + 78) \cdot a$, im nächstfolgenden Ring $\dot{Q}/F_{77} = (N + 77) \cdot a$, u.s.w. bis zum innersten Ring $\dot{Q}/F_1 = (N + 1) \cdot a$ sein soll, dann ergibt sich für alle $60 \cdot 78$ Behälter eine Wärmeproduktion $\dot{Q}_{Konus} = 78 \cdot \dot{Q}_{Ring} = 78 \cdot 258,6 \text{ W} = 20170,8 \text{ W}$. Auf Position 1 liegt der erste Behälter bei $r = 33,295 \text{ m}$, auf Position 78 liegt der 78. Behälter bei $r = 252,1 \text{ m}$.

Die jeweiligen Flächen $F_i = \dot{Q}_{Ring}/((N + i) \cdot a)$ ergeben addiert die gesamte projizierte Fläche $F_{ges} = \pi \cdot (252,1 + \Delta r_{78}/2)^2 \text{ m}^2 = \pi \cdot 252,478^2 \text{ m}^2 = 200.261 \text{ m}^2$. Der Abstand $\Delta r_{78} = 0,75653 \text{ m}$ ergibt sich aus einer ersten Näherungsrechnung. Der 78. Ring hat die Fläche $F_{78} = \dot{Q}_{Ring}/(a \cdot (15 + 78)) = 1206,7 \text{ m}^2$. Subtrahiert man diese Fläche von $F_{ges} = \pi \cdot 252,1^2 = 199662 \text{ m}^2$, erhält man $198455,34 \text{ m}^2$. Der zugehörige Radius $r_{77} = \sqrt{198.455,34 \text{ m}^2/\pi} = 251,337 \text{ m}$. Die Differenz zu $r_{78} = 252,1 \text{ m}$ ist $\Delta r_{78} = 0,763 \text{ m}$. Wiederholt man diese Schritte erhält man die oben genannten Werte.

$F_{ges} = (\dot{Q}_{Ring}/a) \cdot \text{Sum}(1/(N+i), i = 1..78) = 258,6/a \cdot 1,796.953$. (für $N=15$)

Daraus folgt die Größe des Parameters $a = (\dot{Q}_{Ring}/F_{ges}) \cdot \text{Sum}(1/(N+i), i = 1..78) = 0,00232043$



Wählt man N klein, z.B. $N = 1$ so wird das Verhältnis der innersten zur äußersten Ringfläche sehr groß $F_1/F_{78} = 79/2 = 39,5$. ($\text{Sum} = 3,953$, $a = 0,00510453$). Wählt man stattdessen $N = 25$,

dann wird $F_1/F_{78} = 103/26=3,962$. (Sum=1,40083, a=0,0018089). Die jeweilige Verteilung der Flächen F_i sieht dann so aus wie auf dem obigen Bild.

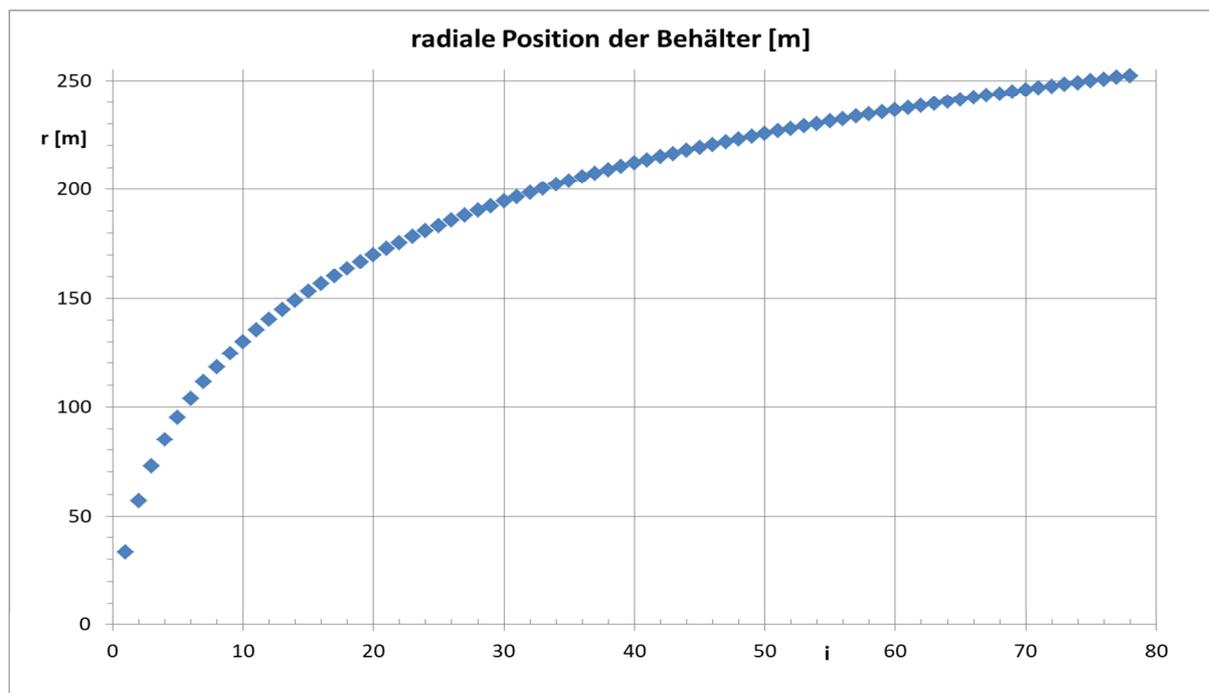
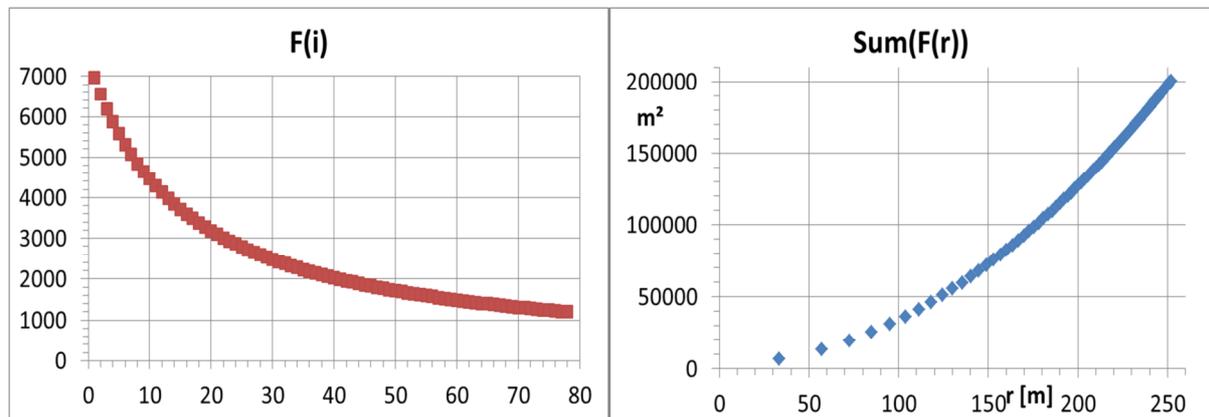
Aus diesen Flächen F_i berechnet man die Radien der Grenze zwischen den Einflußzonen der Behälter in den jeweiligen Ringen $r_n+\Delta r_{n,p}$. Den Radius r_1 berechnet man aus der Fläche $F_1/2$

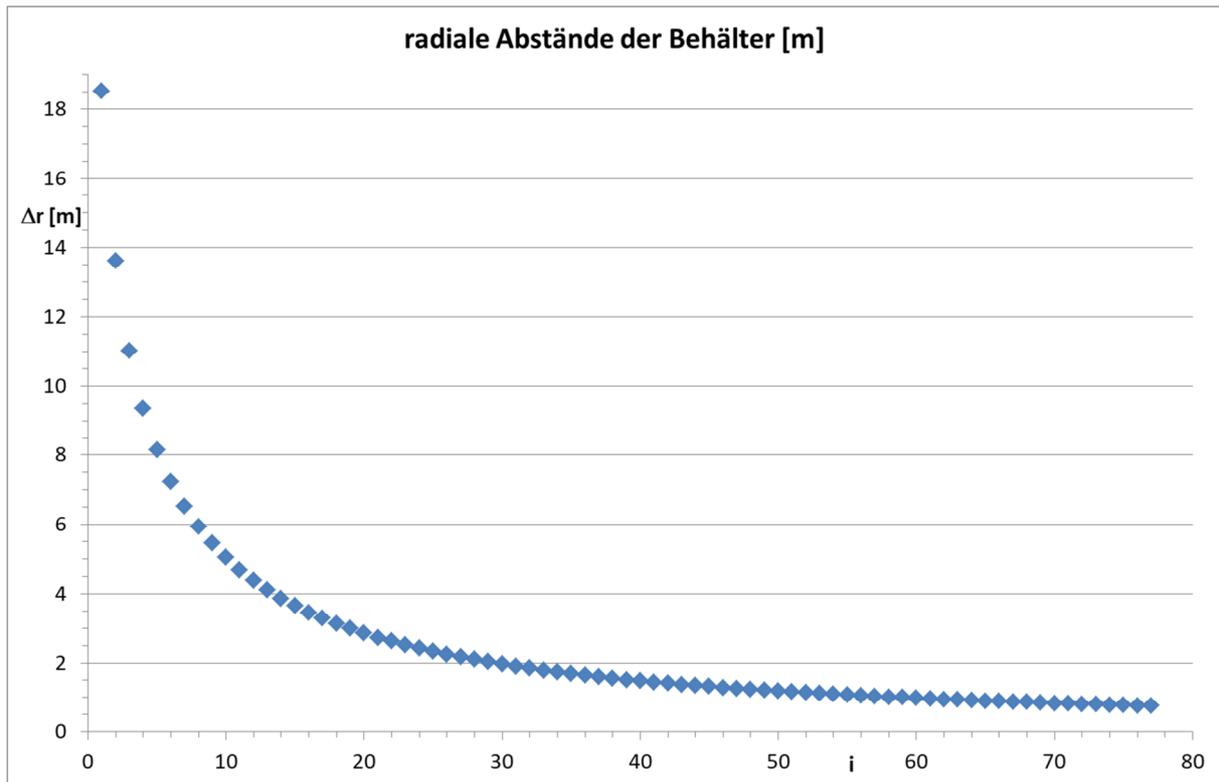
$$r_1 = \sqrt{(F_1/2)/\pi}. \text{ Die folgenden Radien bestimmt man mit: } r_n = \sqrt{(\sum_1^{n-1} F_i + F_n/2)/\pi}$$

Addiert man alle Flächen bis zur Fläche F_{n-1} und die Hälfte der Fläche F_n ergibt sich daraus der Radius an dem die Behälter des n-ten Ringes platziert werden. Die Wärme wird vom Radius der Ringe sowohl nach innen, als auch nach außen fließen. Für den äußersten Ring ist deshalb die Hälfte des Abstandes Δr_{78} zu dem Radius r_{78} addiert worden, um die gesamte Fläche F_{ges} zu bestimmen.

0	r_1	/	r_2	/	r_3	/	r_4	/	$r_5 \dots r_{77}$	/	$r_{78} \dots$			
Δr_{1m}	Δr_{1p}	/	Δr_{2m}	Δr_{2p}	/	Δr_{3m}	Δr_{3p}	/	Δr_{4m}	Δr_{4p}	/	Δr_{77p}	Δr_{78m}	Δr_{78p}

Die folgenden Bilder gelten für N=15.



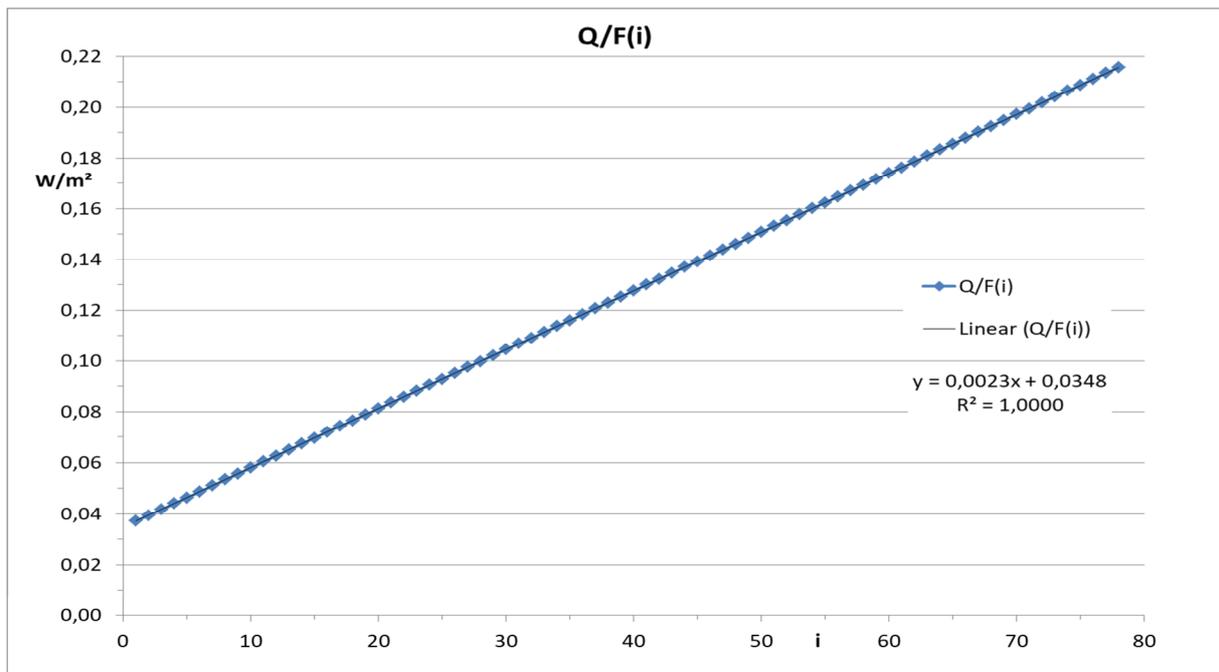


Die Mitte des ersten Behälters liegt bei Radius $R = 33,295$ m, der 78. bei $R = 252,1$ m.

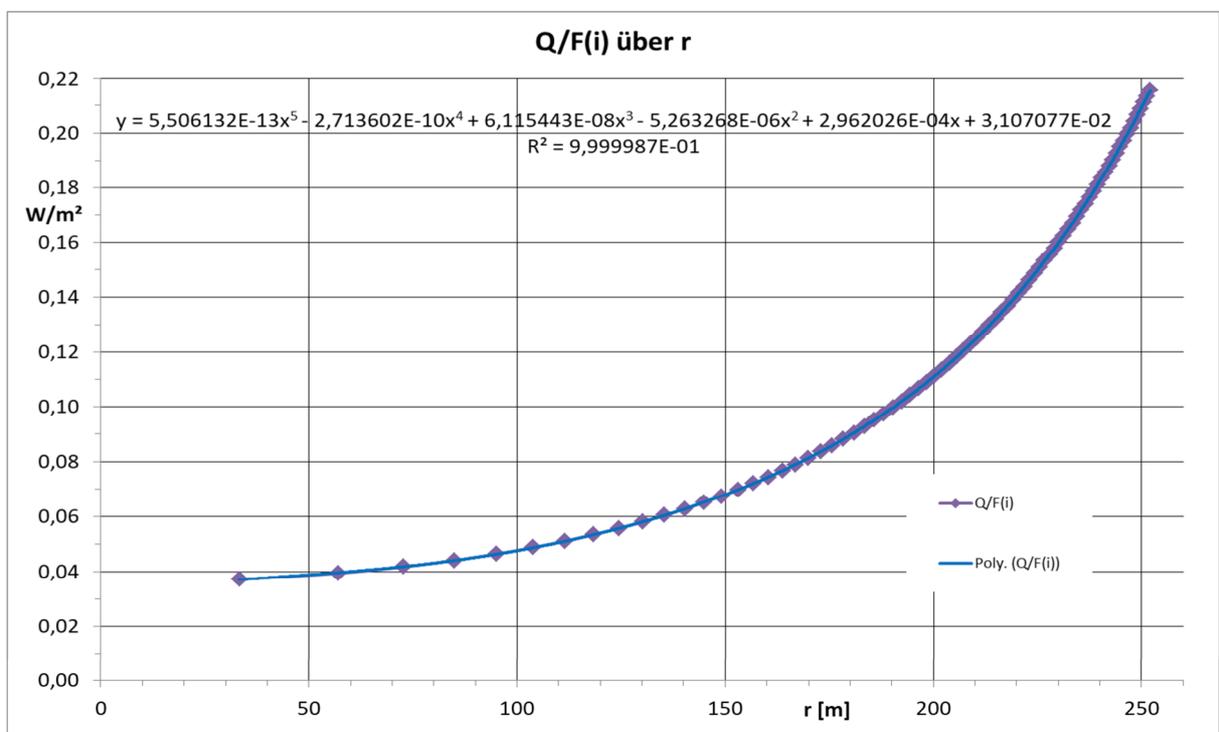
Die Abstände in den Bohrungen unter einem Winkel von 45° nach unten, sind um den Faktor 1,414 größer als oben berechnet und die Positionen errechnen sich mit $L_n = (R_n - 9,7) * 1,414$.

n	R [m]	L[m]									
1	33,3	33,4	21	172,9	230,8	41	213,4	288,1	61	237,5	322,1
2	57,1	67,0	22	175,7	234,7	42	214,9	290,2	62	238,4	323,5
3	72,7	89,1	23	178,3	238,5	43	216,3	292,2	63	239,4	324,9
4	84,9	106,4	24	180,9	242,1	44	217,7	294,2	64	240,3	326,2
5	95,0	120,7	25	183,4	245,6	45	219,1	296,1	65	241,3	327,5
6	103,7	133,0	26	185,7	249,0	46	220,4	298,0	66	242,2	328,8
7	111,4	143,8	27	188,0	252,2	47	221,7	299,9	67	243,1	330,1
8	118,3	153,5	28	190,2	255,3	48	223,0	301,7	68	244,0	331,3
9	124,5	162,3	29	192,4	258,3	49	224,3	303,4	69	244,8	332,5
10	130,2	170,4	30	194,4	261,2	50	225,5	305,2	70	245,7	333,7
11	135,4	177,8	31	196,4	264,1	51	226,7	306,9	71	246,5	334,9
12	140,3	184,7	32	198,4	266,8	52	227,9	308,5	72	247,4	336,1
13	144,8	191,1	33	200,2	269,4	53	229,0	310,2	73	248,2	337,3
14	149,0	197,1	34	202,0	272,0	54	230,1	311,8	74	249,0	338,4
15	153,0	202,7	35	203,8	274,5	55	231,2	313,3	75	249,8	339,5
16	156,8	208,0	36	205,5	276,9	56	232,3	314,9	76	250,6	340,6
17	160,3	213,0	37	207,2	279,3	57	233,4	316,4	77	251,3	341,7
18	163,7	217,8	38	208,8	281,6	58	234,4	317,8	78	252,1	342,8
19	166,9	222,3	39	210,4	283,8	59	235,5	319,3			
20	170,0	226,6	40	211,9	286,0	60	236,5	320,7			

Die Wärmeproduktion pro Flächeneinheit steigt linear mit der Position der Behälter. Trägt man die Wärmeproduktion pro m^2 über dem Radius auf, ergibt sich das übernächste Bild.

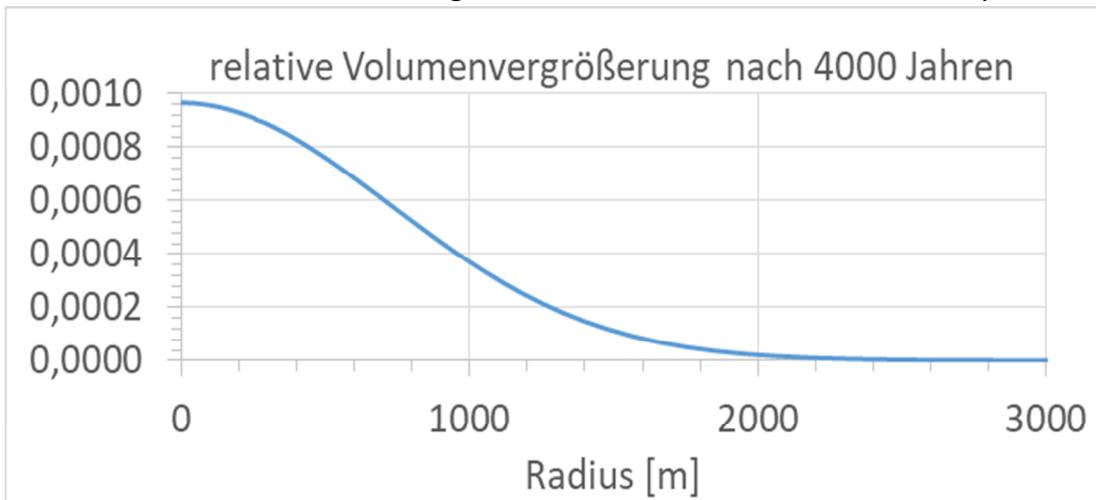


Die Wärmeproduktion pro Flächeneinheit [W/m²] in einem Konus wurde durch die Gleichung beschrieben, die als Trendlinie im Diagramm angepasst wurde. Die Werte müssen noch mit 1015/800m multipliziert werden, da die Wärmeproduktion auf das Volumen [W/m³] bezogen wird. Die Symbole geben die Positionen der Behälter an. Diese Verschiebung der Wärmeproduktion in den äußeren Ringbereich läßt sich verstärken, wenn der Parameter N kleiner gewählt wird. Die Behälter liegen dann außen noch enger zusammen und innen weiter auseinander.

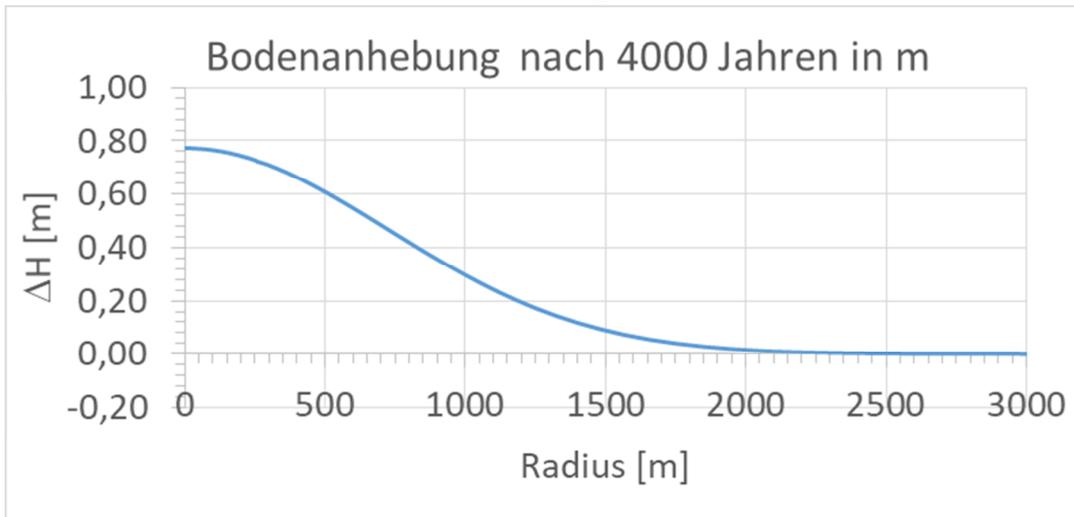


Als Folge kann die maximale Temperaturerhöhung etwas weiter sinken. Die Entwicklung der Bodenhebung wird dann aber zu einer stärker ausgeprägten Mulde führen, die schon nach wenigen Jahrzehnten sichtbar wird und erst nach etwa 150 Jahren wieder zu einem gleichhohen Plateau führt (siehe übernächste Seite).

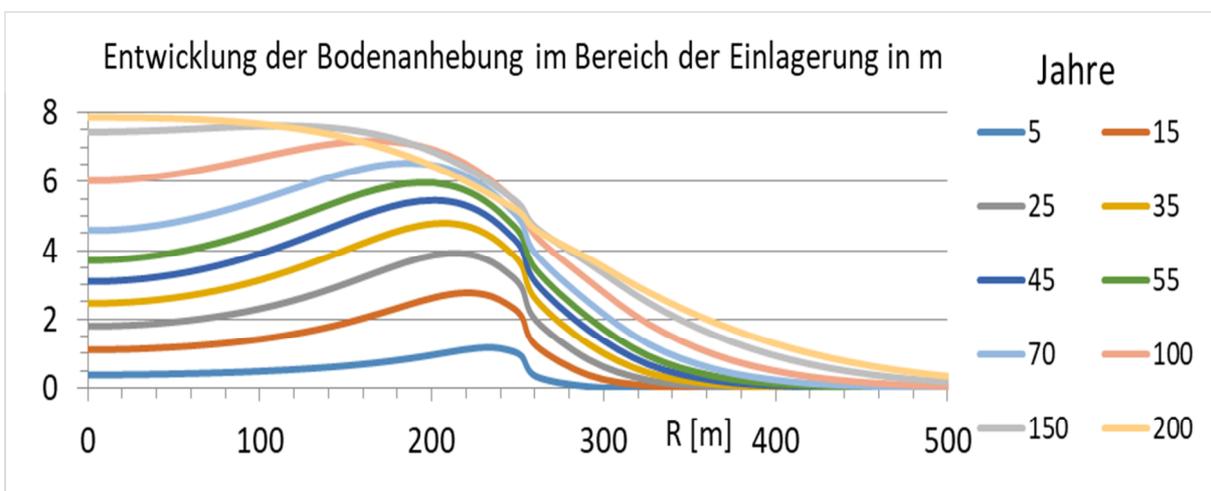
Durch die Erwärmung des Salzes dehnt es sich aus, was umso stärker ist, je wärmer das Salz wird. Deshalb ist in der Einlagerungszone eine wesentlich größere Volumenvergrößerung zu erwarten als in der Peripherie. Im folgenden Bild ist die relative Volumenvergrößerung nach 4000 Jahren zu sehen. Sie ist bezogen auf das Volumen des 800 m hohen Zylinders.

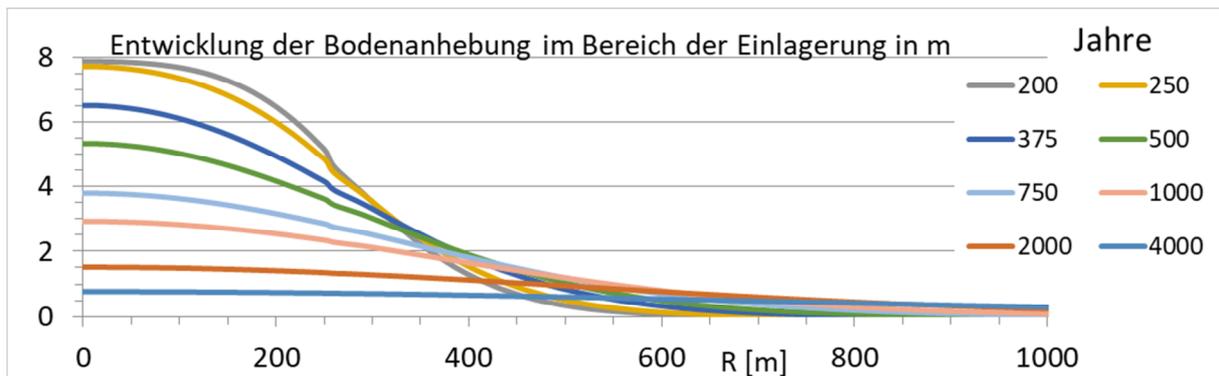


In absoluten Größen ist diese Bodenhebung aber in der Landschaft kaum wahrnehmbar.



Die größte Bodenhebung erfolgt aber schon nach etwa 190-220 Jahren im Zentrum. Im ersten Bild ist die Bodenhebung 20-fach überhöht gegenüber der horizontalen Achse.





Über der Einlagerungszone hebt sich der Boden in 200 Jahren um maximal 7,9 m, sinkt aber dann im Laufe von 1800 Jahren wieder auf 1,5 m ab. Würde man versuchen diese Bodenanhebung über der Einlagerungszone zu verringern, dann würde sich nach einigen Jahrhunderten dort eine Mulde bilden, denn in den umgebenden Bereichen ist ja keine Kompensation der Volumenausdehnung erfolgt. Andererseits ist eine Anhebung von 7,9 m über einem Kreis von fast 500 m Durchmesser nur eine geringfügige Änderung der Topographie. Hätte man eine Volumenerhöhung von 2 m kompensiert, dann wäre nach 200 Jahren zwar die Anhebung nur 6 m, nach 2000 Jahren aber unter dem Anfangsniveau und beim Radius 250 m entstünde eine Stufe auf das Niveau des nicht kompensierten erhöhten Volumens.

Man sollte dieses Gelände nach Abschluss aller Arbeiten mit einem Wald bepflanzen und ihn zum Bannwald erklären. Dann würden keine Gebäude dort errichtet, die nach Jahrzehnten schief stehen würden. Bergschäden sind im Ruhrgebiet und anderen Abbaugebieten von Bodenschätzen hinreichend bekannt und in tausend Jahren wird sich niemand dafür zuständig fühlen.

In dieser Berechnung ist noch nicht berücksichtigt, dass das wieder eingefüllte Salz als Salz-Grus eine geringere Dichte hat als das feste Salz, welches herausgebohrt wurde. Das Salz ist unter Druck plastisch, besonders, wenn es erwärmt wird. So werden diese Hohlräume zusammengedrückt und kompensieren teilweise die Ausdehnung des erwärmten Salzes.

Das Volumen der zentralen Haupt-Bohrung beträgt $9,7 \text{ m} * 9,7 \text{ m} * \pi * 800 \text{ m} = 236.354 \text{ m}^3$. Füllt man Salz-Grus ein, so hat dieses wegen der geringeren Dichte nur ein Volumen von $V_{SG} = 236.354 \text{ m}^3 * 1,4/2,2 = 150.407 \text{ m}^3$. Die Differenz sind Hohlräume zwischen den Partikeln $V_{HR} = 85.947 \text{ m}^3$. Diese Hohlräume werden bei der Wärmeausdehnung des umgebenden Salzes zusammengedrückt. Wird das Volumen der Haupt-Bohrung auch für mittel und schwach radioaktiven Atommüll genutzt, steht weniger Raum für Salz-Grus zur Verfügung. Die Wärmeentwicklung dieser nicht so stark strahlenden Abfälle ist gegenüber dem hochradioaktiven Müll vernachlässigbar.

Das Volumen aller 60900 peripheren 6 Zoll Lager-Bohrungen beträgt

$$V_{pB} = 60.900 * \pi/4 * 0,1524^2 \text{ m}^2 * 337 \text{ m} = 374.375 \text{ m}^3$$

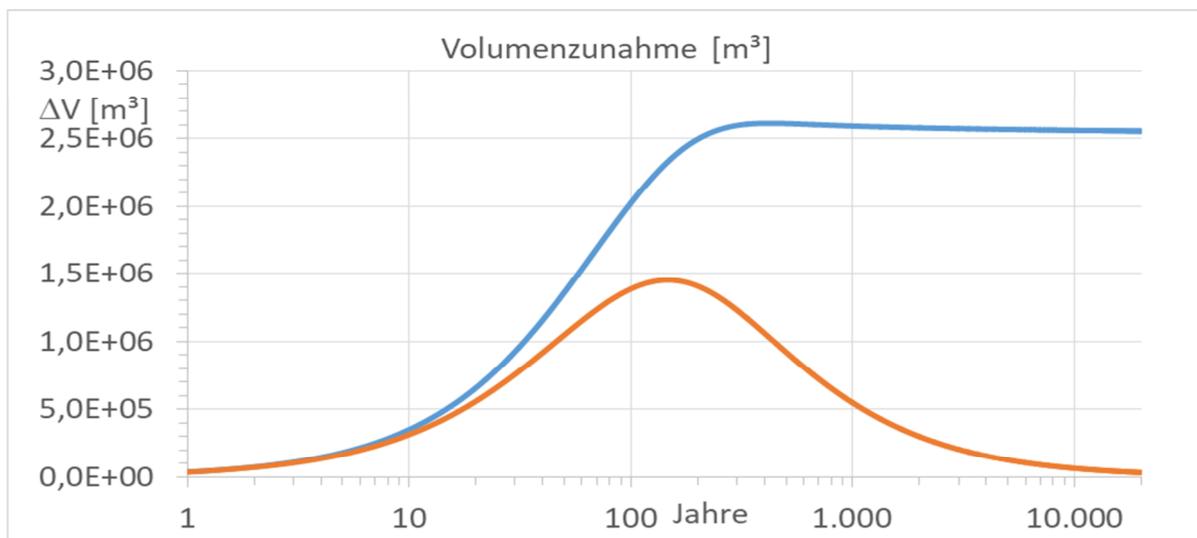
Das gesamte Volumen der Endlager-Gebinde beträgt:

$$V_{EB} = 86^2 \text{ mm}^2 * \pi/4 * 171 \text{ mm} * 4.750.000 = 4.718,2 \text{ m}^3$$

Das freie Volumen in den Bohrungen ist demnach $V_f = 369.656,9 \text{ m}^3$. Würde dieses Volumen mit Salz-Grus verfüllt, stünden nur $369.656,9 \text{ m}^3 / 2,2 * 0,8 = 134.420,7 \text{ m}^3$ als Hohlraum zur Verfügung. Nimmt man stattdessen Badenudeln (luftige Schaumstoff-Schwimmkörper, 2% Feststoff), die sich fast vollständig zusammendrücken lassen, dann stehen rund 362.263 m^3

zur Volumenkompensation bereit. Zusammen mit dem Hohlraumvolumen der Haupt-Bohrung sind es dann: $V_{\text{Komp}} = 448.210 \text{ m}^3$.

Die Volumenzunahme in der Einlagerungszone erreicht nach etwa 146 Jahren 1,425 Mill. m^3 . Man kann also etwa 30% der Bodenhebung über der Einlagerungszone kompensieren. Die maximale Volumenzunahme ist nach etwa 400 Jahren mit 2,58 Mill. m^3 erreicht. Davon befindet sich der größte Teil im Außenbereich, denn in der Einlagerungszone kühlt das Salz nun langsam ab und schrumpft, während sich außen durch die dorthin diffundierte Wärme das Salz ausdehnt. Zu sehen ist das an den beiden Kurven im folgenden Diagramm. Selbst nach 20.000 Jahren ist die gesamte Volumenvergrößerung immer noch 2,517 Mill. m^3 . Nicht berücksichtigt wurde bei dieser Rechnung die Wärmeleitung zur Oberfläche, die sicherlich stärker sein wird als normal. Der geothermische Tiefengradient ist in den rund 2 km durch den Wärmeeintrag etwa doppelt so groß wie vorher. Dadurch wird die nach oben geleitete Wärme auch etwa doppelt so stark sein. Die Wärmeleitfähigkeit ist je nach Bodenart zwischen 0,27 (trockener Sand) und 1,28 $\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ (Tonboden). So kommen unter normalen Bedingungen in einem Jahr zwischen 51 GJ und 153 GJ über der Einlagerungszone aus dem Boden. Das wird mit dem Wärmeeintrag doppelt so groß sein. Es werden aber im ersten Jahr 640 TJ freigesetzt. Das sind mehr als 4000 mal so viel wie in einem Jahr durch Wärmeleitung abgeführt werden kann. In rund 400 Jahren werden 44 PJ frei. So dauert es wohl mehr als 300.000 Jahre bis die radioaktive Wärme über die Bodenoberfläche aus dem Salz wieder abgegeben wird.



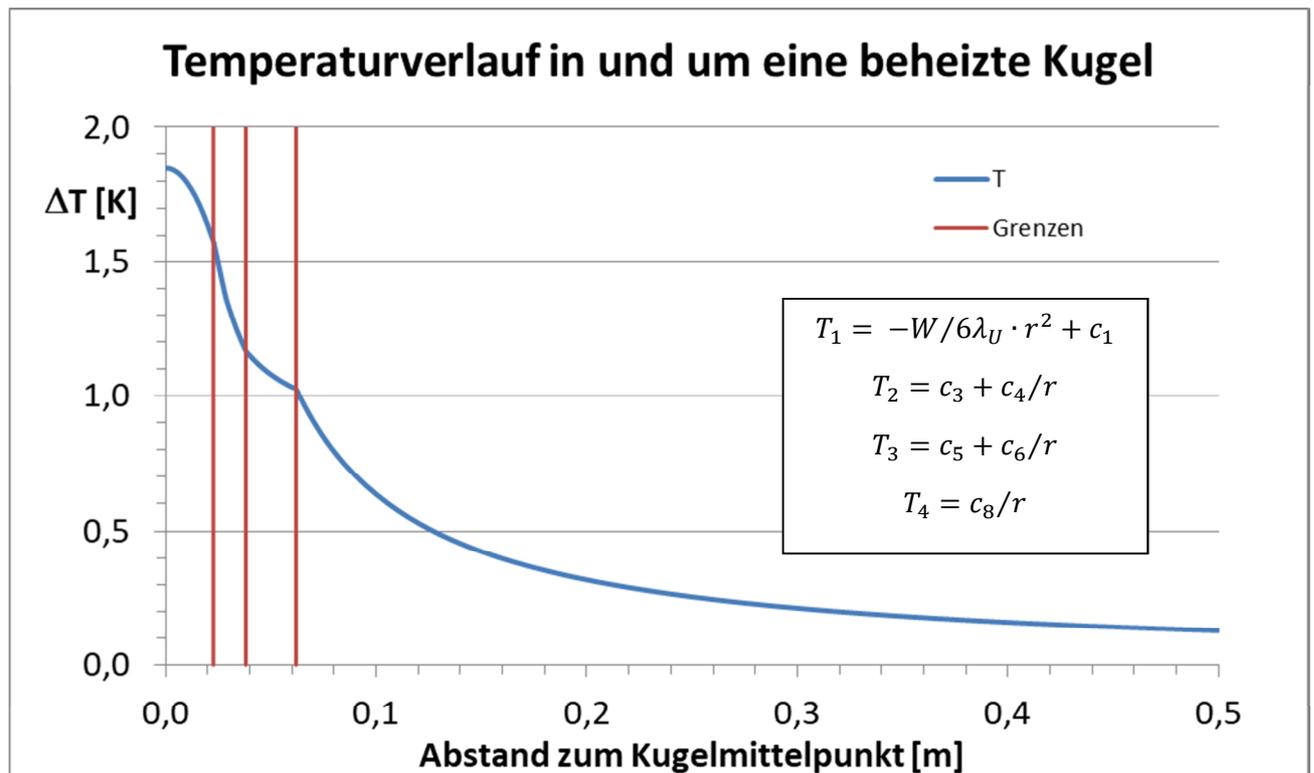
Die blaue Kurve stellt die gesamte Volumenvergrößerung dar, die orange Kurve die Volumenzunahme der Einlagerungszone. Die Differenz beider Kurven ist die Volumenzunahme im Außenbereich. Zu beachten ist die logarithmische Auftragung der Zeitachse.

Da die Wärme nicht homogen im gesamten Volumen freigesetzt wird, sondern aus den vergleichsweise kleinen Behältern heraus fließt, gibt es in einem engen Bereich um jeden Behälter eine höhere Temperatur als im Mittel. Für jeden Behälter steht ein Volumen V_1 von $V_1 = 159.856.398 \text{ m}^3 / 4,75 \text{ Mill.} = 33,65 \text{ m}^3$ zur Verfügung.

In der numerischen Näherungsrechnung wird die kleinräumige Anordnung nicht berücksichtigt, sondern nur mit einer durchschnittlichen Wärmestromdichte von $\dot{W}_0 = \dot{Q}_0 / V = 20,473 \text{ MW} / 159.856.398 \text{ m}^3 = 0,128 \text{ W}/\text{m}^3$ bzw. $0,051 \text{ W}/\text{m}^3$ bis $0,279 \text{ W}/\text{m}^3$ gerechnet.

Dazu ist noch zu berücksichtigen, wie sich die fast punktförmig freigesetzte Wärme um jeden Behälter verteilt. Das Berechnungsverfahren ist bei Baehr/Stephan im Kap. 2.3.7. beschrieben. Dazu wird der in Realität längliche Behälter durch eine Kugel gleichen Volumens angenähert. Der innere Raum für Uran, Plutonium und Spaltprodukte hat ein Volumen $V_1 = 48,58 \text{ cm}^3$. Eine volumengleiche Kugel hat den Radius $R_i = 2,26 \text{ cm}$. Dieser Raum ist umgeben von einem Edelstahlrohr, dessen Außenvolumen $V_2 = 231 \text{ cm}^3$ beträgt. Der äquivalente Kugelradius ist $R_{\text{Est}} = 3,81 \text{ cm}$. Zur besseren und sicheren Handhabung ist eine Hülle aus recyceltem Kunststoff mit eingelagerten Bleikugeln darüber gezogen. Das Gesamtvolumen beträgt $V_3 = 993,3 \text{ cm}^3$ mit dem äquivalenten Kugelradius $R_a = 6,19 \text{ cm}$. Die Wärmeleitfähigkeiten dieser drei Schichten sind $\lambda_U = 28 \text{ W/(m}\cdot\text{K)}$, $\lambda_{\text{Est}} = 15 \text{ W/(m}\cdot\text{K)}$ und $\lambda_{\text{pb}} = 35 \text{ W/(m}\cdot\text{K)}$. Die Kunststoffhülle hat z.B. $\lambda_{\text{PVC}} = 0,35 \text{ W/(m}\cdot\text{K)}$ die mittlere Wärmeleitfähigkeit mit eingelagerten Bleikugeln liegt aber näher am Wert von Blei, da der Volumenanteil der Bleikugeln bei 70% liegt, $\lambda_{\text{Hülle}} = \lambda_{\text{pb}} \cdot 0,7 + \lambda_{\text{PVC}} \cdot 0,3 = 24,6 \text{ W/(m}\cdot\text{K)}$. Die Wärmestromdichte im radioaktiven Müll beträgt $W = \dot{Q}/V_1 = 4,31 \text{ W}/48,58 \text{ cm}^3 = 88707,56 \text{ W/m}^3$

Das folgende Bild zeigt den stationären Temperaturverlauf für Volumengleiche Kugeln mit dem schichtweisen Aufbau, wie oben beschrieben.



Die Koeffizienten der 4 Gleichungen ergeben sich durch die jeweils 2 Anschlußbedingungen an den 3 Grenzen. Die Temperaturen und Wärmeströme müssen jeweils gleich sein. Die Rechnung ergibt also eine maximale Temperatur im Endlager-Behälter-Gebinde von weniger als 1,9 K. In der Realität wird es noch weniger sein, denn aus dem zylindrischen Behälter kann die Wärme noch schneller abgegeben werden, da die Wandstärken geringer sind, als in der Rechnung mit Volumengleichen Kugeln. Außerdem ist in dieser Näherung eine zeitlich konstante Wärmeabgabe angenommen worden, statt exponentiell fallenden Werten. So sind die gezeigten Temperaturen Oberwerte der wirklichen Funktionen. Selbst wenn sich

zwei Behälter auf einen Abstand von 0,25 m annähern, wird die Temperatur in diesen Behältern nur um weniger als 1 K weiter ansteigen.

Meiner Meinung nach stellt dieses Konzept einer Lagerung der hochradioaktiven Abfälle das bisher beste bekannte Verfahren dar, um die nachfolgenden Generationen und die Umwelt vor den Gefahren des Atommülls zu schützen. Anders als in den in Deutschland bisher genutzten Salz- oder Eisenerzgruben liegt die Einlagerung so tief, dass seit mindestens 250 Millionen Jahren kein Wasser dorthin gelangt ist und selbst die Eiszeiten haben diese Salzlager nicht beeinflusst.

Legende der verwendeten Formelzeichen

a	Temperaturleitfähigkeit = $\lambda/\rho \cdot c_p$	m ² /s
ρ	Dichte	kg/m ³
c_p	Spezifische Wärmekapazität	J/(kg*K)
λ	Wärmeleitfähigkeit	W/(m*K)
t	Zeit	s
R,r	Radius	m
L	Position im Bohrloch	m
ϑ, T	Temperatur	K
m	Masse	kg
V	Volumen	m ³
\dot{Q}_0	Wärmestrom zu Beginn	W
Q_{ges}	Gesamte Wärmemenge in Mill. Jahren	J
b	Radioaktive Zerfallsrate	1/s
M	Modul der numerischen Berechnung = $a \cdot \Delta t/\Delta r^2$	-

Dr. Gerhard Herres - Physiker - Schwerpunkt Thermodynamik/Wärmeübertragung

Ich habe meine Berechnungs-Expertise eingebracht, weil eine Gruppe von Architektur-Planern, Bau-Ingenieure und Material-Wissenschaftlern 14 Jahre ! gearbeitet hat, um ein sicheres Endlager zu entwickeln.

- Mir ist zugesichert worden, dass die DBHD Planung folgende Eigenschaften hat : "Tief, deshalb trocken, Gasdicht verschließbar und mit Nachweis der Unterkritikalität"

Ich bin als Physiker seit 2018 immer mal wieder für DBHD tätig gewesen, z. B. Wasser-Kühl-Anlage für die Schacht-Bergwerk-Baustelle und Berechnung der Temperaturerhöhung und Volumenausdehnung für die frühe DBHD 1.3 Planung.

Ich wünsche allen Beteiligten viel Erfolg und gehe davon aus, dass andere Physiker meine Berechnungen mit moderner Multiphysics Software bestätigen und noch weiter präzisieren werden.

Mit freundlichen Grüßen, Dr. Gerhard Herres – Dipl.-Physiker

Paderborn, Deutschland, EU

22.05.2025